



Применение взаимной информации в задаче стохастической привязки расфокусированных разноспектральных изображений

Р.М. Ибрагимов, О.В. Шидиков
ibragimow.it@gmail.com

Введение

Необходимость привязки изображений возникает при решении различных практических задач. При этом привязываемые изображения могут быть получены в различных спектральных диапазонах, что дает дополнительную априорную неопределенность, поскольку помимо взаимных искажений пространственного характера для них характерны нелинейные яркостные искажения априорно неизвестного вида. На привязываемых изображениях могут присутствовать также дополнительные пространственные и яркостные искажения, в частности расфокусировка и смаз, вызванные, например, движением и различным временем экспозиции привязываемых изображений. В работе рассматривается влияние расфокусировки одного из привязываемых изображений на качество привязки.

Описание алгоритма привязки

Привязка изображений $\mathbf{Z}^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$ осуществляется по оцененным параметрам $\hat{\mathbf{a}}$ заданной модели деформаций. В частности, в работе использована модель подобия с параметрами: h_x - смещение по оси x , h_y - смещение по оси y , φ - угол поворота k - коэффициент масштаба. Параметры взаимных деформаций изображений оцениваются стохастической рекуррентной релейной процедурой:

$$\hat{\mathbf{a}}_t = \hat{\mathbf{a}}_{t-1} \pm \Lambda_t \text{sign}\left(\mathbf{B}\left(J\left(\hat{\mathbf{a}}_{t-1}, \tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)\right)\right),$$

где $\mathbf{B}(J(\cdot))$ - стохастический градиент некоторой целевой функции $J(\cdot)$; Λ_t - матрица обучения, определяющая скорость изменения оценок $\hat{\mathbf{a}}$ параметров на итерациях оценивания; $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ - передискретизированное по оценкам $\hat{\mathbf{a}}_{t-1}$ изображение $\mathbf{Z}^{(1)}$; $t = \overline{1, T}$ - номер итерации. Для увеличения быстродействия стохастический градиент определяется не по всем отсчетам изображений $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$, а по небольшой локальной выборке объема μ .

Используемые целевые функции

В качестве целевых функций использованы взаимные информации (ВИ) Ренни, Шеннона и Тсаллиса, для которых найдены аналитические выражения для стохастических градиентов. Так, ВИ Тсаллиса и стохастический градиент ВИ Тсаллиса определяются выражениями:

$$S = H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) + H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right) - (1-q)H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right) - H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right) \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = \left(\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)/\partial \mathbf{a} + (1-q)H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right)\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)/\partial \mathbf{a} - \partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)/\partial \mathbf{a}\right),$$

где $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) = (q-1)^{-1} \sum_i p_z \left(1 - p_z^{q-1}\right)$ - энтропия Тсаллиса порядка q изображения $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$, $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right) = (q-1)^{-1} \left(1 - \sum_k p_{z1i, z2k}^q\right)$ - совместная энтропия Тсаллиса изображений $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$, p_z и $p_{z1i, z2k}^q$ - оценки ПРВ и совместной ПРВ яркостей, $i, k = \overline{1, \mu}$. Частные производные одиночной и совместной ВИ Тсаллиса, необходимые для вычисления стохастического градиента целевой функции:

$$\frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\sum_{z_j^{(2)} \in Z_b} \left(\left(1 - q \left(\frac{1}{\mu} \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)^{q-1} \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \Delta_{ij}^{(2)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)}{(1-q)\mu\sigma^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\sum_{z_j^{(2)} \in Z_b} \left(\left(1 - q \left(\frac{1}{\mu} \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)^{q-1} \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)}{(1-q)\mu\sigma^2}.$$

ВИ Ренни и стохастический градиент ВИ Ренни можно найти как:

$$S = \frac{H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) + H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right)}{H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)} \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = H^{-2}\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)\left(H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)/\partial \mathbf{a} - \left(H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) + H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right)\right)\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)/\partial \mathbf{a}\right),$$

где $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) = (1-\alpha)^{-1} \lg \sum_i p_{zi}^\alpha$ - энтропия Ренни порядка q изображения $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$, $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right) = (1-\alpha)^{-1} \sum_k p_{z1i, z2k}^\alpha$ - совместная энтропия Ренни $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$, $i, k = \overline{1, \mu}$, $\nabla_{ij}^{(1)} = f(z_i^{(1)} - z_k^{(1)})$; $\Delta_{ij}^{(1)} = z_i^{(1)} - z_k^{(1)}$; $\nabla_{ij}^{(2)} = f(z_i^{(2)} - z_k^{(2)})$; $\Delta_{ij}^{(2)} = z_i^{(2)} - z_k^{(2)}$. Тогда частные производные одиночной и совместной ВИ Ренни, необходимые для вычисления стохастического градиента целевой функции:

$$\frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\sum_{z_i^{(2)} \in Z_b} \left(\left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \right)^{q-1} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \Delta_{ij}^{(2)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)}{(1-\alpha)\sigma^2 \sum_{z_i^{(2)} \in Z_b} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \right)^q} \quad \text{и} \quad \frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\sum_{z_i^{(2)} \in Z_b} \left(\left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \right)^{q-1} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right)}{(1-\alpha)\sigma^2 \sum_{z_i^{(2)} \in Z_b} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \right)^q}.$$

ВИ Шеннона и стохастический градиент ВИ Шеннона:

$$S = H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) + H\left(\mathbf{Z}^{(2)}\right) - H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right) \quad \text{и} \quad \mathbf{B} = \left(\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)/\partial \mathbf{a} - \partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)/\partial \mathbf{a}\right)$$

где $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right) = -\sum_i p_{zi} \lg(p_{zi})$ - энтропия Шеннона изображения $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$, $H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right) = -\sum_i \sum_k p_{zi} p_{zk} \lg(p_{zi} p_{zk})$ - совместная энтропия Шеннона $\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}$ и $\mathbf{Z}^{(2)}$.

Частные производные одиночной и совместной ВИ Шеннона, необходимые для вычисления стохастического градиента:

$$\frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \sum_{z_j^{(2)} \in Z_b} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \lg \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \right) + \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right) \quad \text{и} \quad \frac{\partial H\left(\tilde{\mathbf{Z}}_t^{(1)}, \mathbf{Z}^{(2)}\right)}{\partial \mathbf{a}} = \sum_{z_j^{(2)} \in Z_b} \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \lg \left(\sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \right) + \sum_{z_j^{(1)} \in Z_a} \left(\nabla_{ij}^{(1)} \nabla_{ij}^{(2)} \Delta_{ij}^{(1)} \frac{\partial \Delta_{ij}^{(1)}}{\partial \mathbf{a}} \right) \right).$$

Пример результатов работы алгоритма

Экспериментальная проверка проводилась на разноспектральных изображениях, имеющих деформации сцены. При этом деформации задавались как моделированием, так и имели естественный характер. На рис. 1 приведён пример, когда изображение рис. 1a – оптического диапазона, рис. 1b–рис. 1g – инфракрасного. Инфракрасное изображение имеет относительно оптического следующие деформации: $h_x = 3,4$, $h_y = 6,2$, $\varphi = 7,4^\circ$ и $k = 1,15$. При этом изображение рис. 1b не имеет расфокусировки, рис. 1c – расфокусировано с цилиндрической функцией рассеяния точки радиуса $\mathfrak{R} = 1$, рис. 1d – $\mathfrak{R} = 2$.



Рис. 1: Пример оптического и инфракрасного изображений с расфокусировкой

На рис. 2а приведена зависимость оценки сдвига h_x от числа итераций при использовании ВИ Тсаллиса, на рис. 2b – зависимость оценки коэффициента масштаба k , на рис. 2c – зависимость оценки угла поворота φ . Здесь красная кривая соответствует отсутствию расфокусировки, зелёная – $\mathfrak{R}=1$, синяя – $\mathfrak{R}=2$. Из рисунка видно, что расфокусировка приводит к смещению оценок. Это подтверждает и зависимость евклидова расстояния рассогласования (интегральная оценка точности привязки изображений) от числа итераций (рис. 2d), а также зависимости ЦФ от параметров рассогласования. В частности, на рис. 2e приведена зависимость ВИ Тсаллиса от угла поворота.

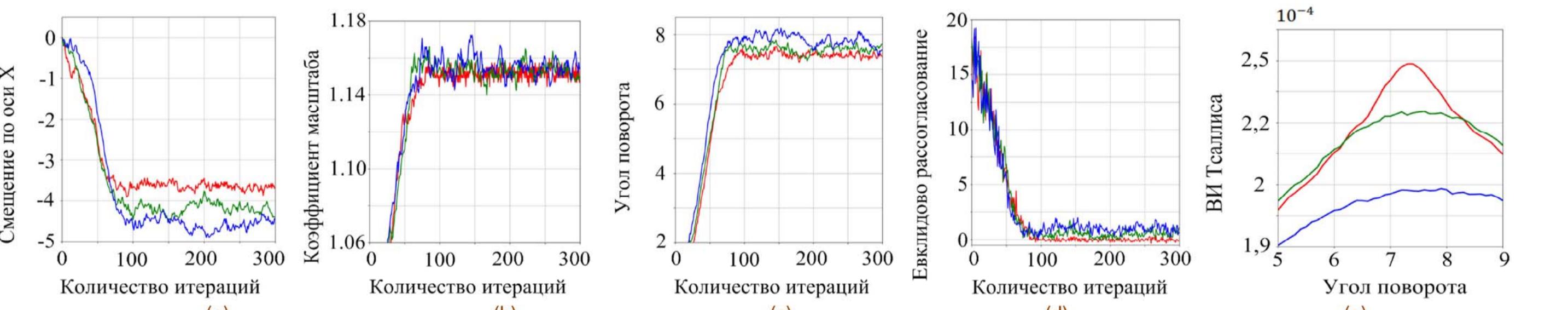


Рис. 2: Характеристики оценок параметров от числа итераций и зависимость ЦФ от параметров рассогласования

Заключение

Анализ экспериментальных результатов показал, что расфокусировка одного из привязываемых разноспектральных изображений влияет на скорость сходимости и погрешность формирования оценок привязки. При этом влияние на скорость сходимости незначительное, в отличии от влияния на погрешность. Кроме того, наблюдается смещение отдельных оценок параметров деформаций, которая вызвана, скорее всего, тем, что расфокусировка приводит к анизотропии корреляционных свойств изображения, которые важны при использовании в качестве целевой функции ВИ. Однако отметим, что они еще более важны при использовании такой меры подобия как межкадровая корреляция. При этом суммарная погрешность в среднем меньше, чем погрешность отдельных параметров, т.к. аддитивные стохастические алгоритмы оценивают вектор деформаций комплексно (рис. 2d). В целом, все исследуемые ЦФ имеют близкие характеристики. Но ВИ Тсаллиса показала более устойчивые результаты.

Ульяновский государственный технический университет

Северный Венец, 32, Ульяновск, Россия (www.ulstu.ru)